

NEDERLANDS KAMPIOENSCHAP INTEGREREN 2017

- Tenzij anders aangegeven kan je per opgave 0 of 1 punt scoren.
- Ieder antwoord komt maximaal twee keer voor. Een antwoord dat vaker dan twee keer wordt gegeven, levert nergens punten op.
- Er wordt alleen gevraagd naar de uitkomst. De berekening kan gedaan worden op het kladpapier.
- Versimpel je uitkomsten zoveel mogelijk. Antwoorden die niet genoeg versimpeld zijn kunnen worden foutgerkend. De volgende voorbeelden geven een indicatie van wat wij goed of fout rekenen:

Fout:

$$\int_0^1 x^2 + x^5 dx = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

$$\int_2^6 \frac{1}{x} dx = \log(6) - \log(2)$$

Goed:

$$\int_0^1 x^2 + x^5 dx = \frac{1}{2}$$

$$\int_2^6 \frac{1}{x} dx = \log(3)$$

- Een uitkomst moet worden uitgedrukt in gehele getallen, π of e en door middel van de bewerkingen uit 'Meneer van Dalen wacht op antwoord' (machtsverheffen, vermenigvuldigen, delen, worteltekken, aftrekken, optellen). Indien noodzakelijk mag een antwoord worden uitgedrukt met een logaritme. In uiterste gevallen mag een (inverse) (hyperbolisch) goniometrische functie voorkomen in het antwoord.

Fout:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos(x) dx = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

Goed:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

- Er zijn vier blokken van vijf integralen, met oplopende moeilijkheid tussen de blokken, maar niet per se binnen een blok. Verder is er een blokje met speciale opgaven in het midden, waarvan de moeilijkheid gespreid ligt.

SCORE:

Naam deelnemer:

Universiteit en studie:

Integralen niveau 1	Uitkomst	Punten
$\int_{20}^{17} \frac{1}{x^2} dx$		
$\int_1^{e^{2017}} \log x dx$		
$\int_0^{10} \frac{1}{x^2 + 5x + 4} dx$		
$\int_0^4 \sqrt{x - \frac{1}{4}x^2} dx$		
$\int_{-1}^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$		
	<i>Totaal niveau 1:</i>	

Integralen niveau 2	Uitkomst	Punten
$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin(x)e^x dx$		
$\int_1^5 \frac{1}{2^x + 4^x} dx$		
$\int_4^{11} \frac{x+2}{\sqrt[3]{x-3}} dx$		
$\int_0^1 \frac{1}{x\sqrt{x} + \sqrt{x}} dx$		
$\int_{-2015}^{2017} x^5 - 5x^4 + 7x^3 - x^2 - 2x + 4 dx$		
	<i>Totaal niveau 2:</i>	

Integralen niveau X	Punten
<p> $A : \int_{-1}^{2017} x \, dx$ $B : \int_{31}^{2017} \frac{x}{\log(2)} \, dx$ $C : \int_{16}^{21} 2^x \, dx$ $D : \int_4^5 16^x \log(4) \, dx$ </p> <p>Aan welke van bovenstaande integralen is onderstaande integraal gelijk? Geef de juiste integraal en de uitkomst.</p> $\int_5^{11} \log(2)(4^x - 31 \cdot 2^x) \, dx =$	
<p>Zet de integralen van de antwoordmogelijkheden uit de vorige opgave op volgorde van grootte</p>	
<p>Je krijgt hier 1 extra punt als je beide bovenstaande vragen goed hebt</p>	
<p>Geef een polynoom f die aan de volgende voorwaarden voldoet:</p> <ul style="list-style-type: none"> • $f(1) = f(2) = f(3) = f(4) = \frac{1}{3}$ • $\int_1^4 f(x) \, dx = 2017$ <p>(bij deze opgave mogen er haakjes in het eindantwoord voorkomen)</p>	
<p>Gegeven een functie f die op de hele reële lijn gedefinieerd is, maar die eventueel complexe waarden mag aannemen, definiëren we de <i>Fouriergetransformeerde</i> van f als de functie $\mathcal{F} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ met $\mathcal{F}(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{iwt} \, dt$. Wat is de Fouriergetransformeerde van $f : t \mapsto e^{-t^2}$?</p>	
<p><i>Totaal niveau X:</i></p>	

Integralen niveau 3	Uitkomst	Punten
$\int_0^1 \frac{\log(1+x)}{x} dx$		
$\int_0^\infty \frac{x^2}{1+x+x^6+x^7} dx$		
$\int_0^\infty e^{-x} \frac{\sin(x)}{x} dx$		
$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^9(x)}{\sin^4(x)} dx$		
$\int_1^e (2x+x^2)e^x \log x dx$		
	<i>Totaal niveau 3:</i>	

Integralen niveau 4	Uitkomst	Punten
$\int_0^\pi \log\left(\frac{5}{4} - \cos(x)\right) dx$		
$\int_0^{2\pi} \frac{\cos(3x)}{5-4\cos(x)} dx$		
$\int_0^{\frac{1}{6}\pi} \frac{1+\tan^2(x)}{1-\tan^2(x)} dx$		
$\int_0^1 \sqrt{\log(x)} \left(2x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) dx$		
$\int_{-\infty}^\infty \frac{1}{e^{2x} + e^{-x}} dx$		
	<i>Totaal niveau 4:</i>	